

# 3mm 准光腔内场和能量分布的模拟计算

郭高凤, 李 恩, 张其劭, 唐宗熙, 羊 恺

(电子科技大学微波中心, 四川成都 610054)

摘 要: 本文应用数学工具 Matlab 模拟了 3mm 准光腔内存在的高斯波束的场和能量的分布情况, 其结果可供设计腔体和进行测量参考, 并发现不论准光腔处于何种工作模式, 其电场切向分量在  $z = 0$  处均为零。

关键词: 3mm 准光腔; 场; 能量; 分布; 模拟

中图分类号: TN95 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2001) 07-1000-03

## The Simulative Analysis of Electromagnetic Field and Energy Distribution Existing in 3mm Quasioptical Resonator

GUO Gao feng, LI En, ZHANG Qi shao, TANG Zong-xi, YANG Kai

(Microwave Center, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: In this paper, the electromagnetic field and energy distribution of Gaussian beam existing in 3mm quasioptical resonator are simulated by using "Matlab" software package. Its results can be used as references to design resonator and in its measurement. And the paper also reveals that whatever mode the resonator applies its tangential electrical field is always zero at  $z = 0$ .

Key words: 3mm quasioptical resonator; electromagnetic field; energy; simulation

### 1 引言

准光腔是一种开放式的光学谐振腔, 工作在微波(毫米波和亚毫米波)波段。准光腔的谐振频率稀疏, 单模性能极好, 尺寸可远大于它的工作波长, 加工方便, 且其  $Q$  值极高, 场分布集中, 束腰半径小。由于准光腔的一系列优点, 它已应用在测量频率、分析频谱、研究毫米波传输特性、测量介质参数、测量高温超导薄膜的  $R_s$  参量等方面, 并显示出良好的性能<sup>[1]</sup>。准光腔内存在的波束只能是高斯波束<sup>[2]</sup>。但纵观国内外文献, 对 3mm 准光腔内的场和能量的分布情况并没有给出一个模拟分析的结果。本文就是针对这种情况, 借助数学工具 Matlab, 对高斯波束的场和能量的分布情况作了模拟分析。这些结果将对设计或应用准光腔有一定的参考价值。

### 2 理论分析

在近轴条件下, 柱坐标系中求出的标量函数  $u^{l(3-5)}$  和谐振频率  $f_0$  为

$$u = \frac{W_0}{W} \left\{ \frac{\sqrt{2}r}{W} \right\}^l \cdot L_p^l \left( \frac{2r^2}{W^2} \right) \cdot \left\{ \begin{matrix} \cos(l\varphi) \\ \sin(l\varphi) \end{matrix} \right\} \exp \left\{ \left[ \frac{-r^2}{W^2} \right] \right\} \cdot \exp \left\{ -j \left[ kz + \frac{kr^2}{2R} - (2p + l + 1) \arctg \left[ \frac{\lambda z}{\pi W_0^2} \right] \right] \right\} \quad (1)$$

$$f_0 = \frac{c}{2d} \left[ q + 1 + \frac{1}{\pi} (2p + l + 1) \arccos \left( 1 - \frac{d}{R_0} \right) \right] \quad (2)$$

其中:  $W_0^2 = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{d(2R_0 - d)}$ ,  $W^2 = W_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi W_0^2} \right)^2 \right]$ ,

$$L_p^l = \sum_{k=0}^p \frac{(p+l)! (-x)^k}{(k+l)! k! (p-k)!}, R = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi W_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right], k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

这里  $u$  可代表电场或磁场的任一分量, 也可作为矢量位的某一分量。  $W_0$  为束腰半径,  $W$  为束半径,  $L$  为拉盖尔函数,  $R$  为等相位面的曲率半径,  $R_0$  为球面镜的曲率半径,  $d$  为两镜面之间的距离,  $\lambda$  是传输波的波长。  $l$  标识角向分布, 径向分布由  $l$  和  $p$  共同决定,  $q$  是轴上驻波的节点数。

选择  $u$  为矢量位的一个分量, 因为只要知道矢量位就可以求出磁场分布, 由磁场分布又可求出电场分布, 而且可以保证磁力线和电力线都是封闭的<sup>[3]</sup>。

为此, 令矢量位为:

$$\mathbf{A} = u(x, y, z) \mathbf{x} = \phi(x, y, z) e^{-jkz} \mathbf{x} \quad (3)$$

由  $\mathbf{A}$  可求出磁场强度, 即

$$\mathbf{H} = \frac{\nabla \times \mathbf{A}}{\mu_0} = \frac{-jk}{\mu_0} e^{-jkz} \left[ \phi \mathbf{y} - j \frac{\partial \phi}{k \partial y} \mathbf{z} \right] \quad (4)$$

由于  $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$ , 所以磁力线是封闭的。根据麦克斯韦方程, 电场强度可由磁场强度求出, 即:

$$\mathbf{E} = \frac{-j \nabla \times \mathbf{H}}{\omega \epsilon} \approx \frac{-k}{\omega \epsilon \mu_0} \nabla \times (\phi e^{-jkz} \mathbf{y}) = \nabla \left[ -\frac{\omega}{k} \phi e^{-jkz} \right] \times \mathbf{y} \quad (5)$$

由于高斯波束中场的纵向分量远小于其横向分量, 式(5)中略去了  $\mathbf{H}$  的  $z$  方向分量。由式(5)可得包括时间因子的电场分布的实函数形式:

$$E(r, t) = \sqrt{\left\{ -\frac{\omega}{k} \frac{W_0}{W} \left[ \frac{\sqrt{2(x^2+y^2)}}{W} \right]^l L_p^l \left[ \frac{2(x^2+y^2)}{W^2} \right] \begin{cases} \cos(l \arctg \frac{y}{x}) \\ \sin(l \arctg \frac{y}{x}) \end{cases} \right.} \\ \cdot \exp\left[ -\frac{x^2+y^2}{W^2} \right] \cdot \cos\left[ \omega t - kz - \frac{k(x^2+y^2)}{2R} + (2p+l+1) \arctg \frac{x}{y} \right] \Bigg\}} \\ \times y \quad (6)$$

式(6)已将函数从柱坐标系转换到直角坐标系中。以  $M(r, t)$  代号上式中大括号中的表达式, 则有  $E(r, t) \perp \nabla M(r, t)$  和  $E(r, t) \perp y$ 。电场强度位于  $y$  为常数的平面内, 并且与  $\nabla M(r, t)$  垂直。在  $y=0$  的平面上, 电场方向与  $M(x, 0, z, t)$  的等值线一致。画出  $M(r, t)$  在  $y=0$  平面内的等值线, 就得到了电力线分布, 电力线方程为:

$$\frac{1}{W} \cdot \left[ \frac{\sqrt{2x^2}}{W} \right]^l \cdot L_p^l \left[ \frac{2x^2}{W^2} \right] \cdot \exp\left[ -\frac{x^2}{W^2} \right] \cdot \cos\left[ \omega t - kz - \frac{kx^2}{2R} + (2p+l+1) \arctg \frac{\lambda x}{\pi W_0^2} \right] = C \quad (7)$$

其中  $C$  为常数。

### 3 模拟计算结果

高斯波束为准  $TEM_{lpq}$  波, 工作在  $TEM_{00q}$  模式。为观察不

同模式的高斯波束的场和能量的分布情况, 用数学工具 Matlab 编程模拟计算, 并选了几个有代表性的图形供读者参考。它们是  $y=0$  时高斯波束场分布的几个典型的代表。在模拟过程中, 取  $f_0$  为 94GHz,  $q=47$ , 取时间  $t$  为 0, 圆口球面镜曲率半径  $R_0$  为 40mm, 两镜距离  $d$  为 78mm。

从图 1~4 中可以看出,  $l=0, p=0$  时的电场分布最集中,  $l=0, p \neq 0$  时, 电场有旁瓣出现,  $l \neq 0$  时, 电场在轴线上的分布为零。可以根据不同模式的场分布特点来采取合适的激励方式以激励起所需的工作模式或抑制非工作模式的出现。还可以看出, 不论  $l, p$  为何值, 在  $z=0$  处, 电场均上下对称, 且垂直于  $z$  平面。也就是说, 在  $z=0$  处, 电场的切向分量均为零。对  $q$  为奇数和偶数时的电场分布也做了模拟, 并发现, 不论  $q$  为奇数还是偶数, 电场在  $z=0$  处的切向分量也均为零, 见图 5~6(为看得清楚, 图中的  $q$  值取得较小, 其他模拟条件与电场分布模拟条件相同)。由此, 可以得出一个结论: 不论何种模式, 高斯波束的电场分布在  $z=0$  处的切向分量均为零。根据镜像原理, 可将其作为  $R_s=0$  的理想导电面。

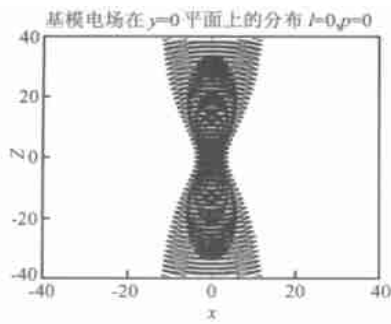


图 1 高斯波束的基模电场分布图  $l=0, p=0$

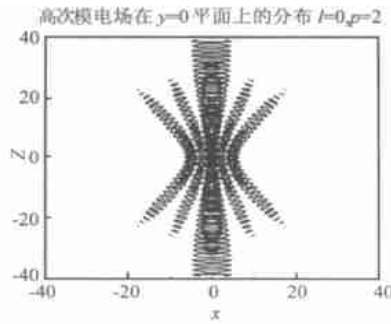


图 2 高斯波束的高次模电场分布图  $l=0, p=2$

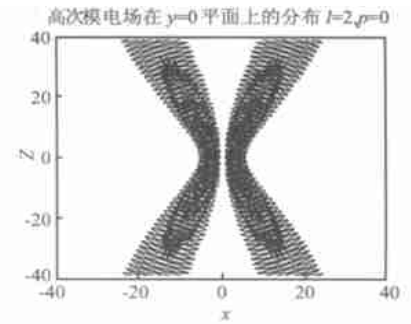


图 3 高斯波束的高次模电场分布图  $l=2, p=0$

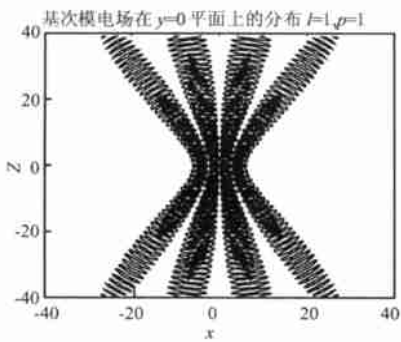


图 4 高斯波束的高次模电场分布图  $l=1, p=1$

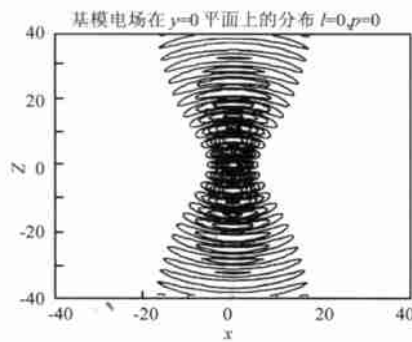


图 5 q 为奇数时的电场分布情况  $q+1=22$

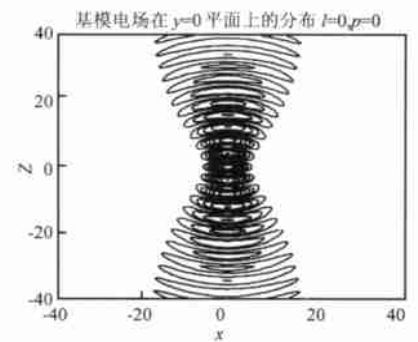
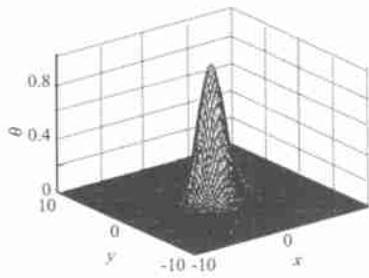
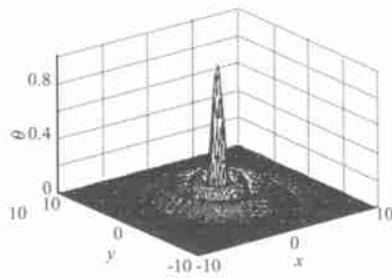
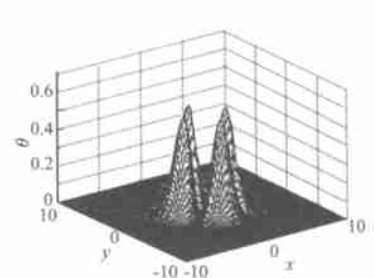


图 6 q 为偶数时的电场分布情况  $q+1=21$

高斯波束的能量  $W \propto u^2$ , 因为在测介质的介电参数或高温超导薄膜的  $R_s$  参量时, 非常关心  $z=0$  平面上的能量分布情况, 因此, 又用 Matlab 语言编程模拟了  $z=0$  平面上的能量分布情况, 见图 7~10(模拟条件与电场分布模拟条件相同)。部分模拟结果与文献[5]中的实测结果相同。

从图 7~10 中可以看出,  $l=0, p=0$  时的能量分布最集中,  $l=0, p \neq 0$  时, 能量分布有旁瓣出现,  $l \neq 0$  时, 能量分布

在  $r=0$  处为零。这些模拟结果为测量介电参数或  $R_s$  参量提供了理论基础。因为准光腔一般工作在  $TEM_{00q}$  模式, 所以, 又模拟了  $TEM_{00q}$  模式能量分布的等高线图, 见图 11。图中的 0.13534 是  $1/e^2$ 。从图中可以看出, 能量集中分布在束腰半径以内。在束腰半径以外, 能量分布锐减。可以根据这点, 移动介质或超导薄膜, 就可以测介电参数或  $R_s$  参量的分布情况。

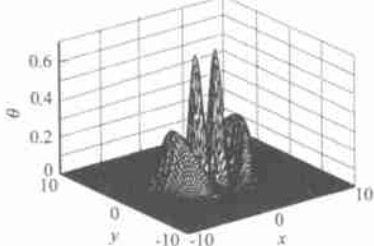
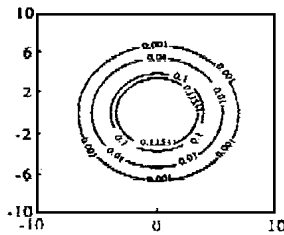
基模能量在  $z=0$  平面上的分布  $l=0, p=0$ 图 7 高斯波束的基模能量分布图  $l=0, p=0$ 高次模能量在  $z=0$  平面上的分布  $l=0, p=2$ 图 8 高斯波束的高次模能量分布图  $l=0, p=2$ 高次模能量在  $z=0$  平面上的分布  $l=2, p=0$ 图 9 高斯波束的高次模能量分布图  $l=2, p=0$ 

## 4 结论

本文通过模拟计算,得出在基模时高斯波束的电场分布最集中,而且发现不论何种工作模式,高斯波束的电场分布在  $z=0$  处的切向分量均为零;  $l \neq 0$  时,电场在轴线上的分布为零.在  $z=0$  处,基模能量集中分布在束腰半径以内.这些结果对腔体的设计、介电参数和  $R_s$  的测量均有一定的参考价值.

### 参考文献:

- [1] 董宏发,楼仁海.开式谐振腔  $Q$  值的计算与测量 [J].北京:北京工业学院学报,1998,18(4):54-63.
- [2] 卢亚雄,吕百达,等.矩阵光学 [M].大连:大连理工大学出版社,1989:198-208.
- [3] 张克潜,李德杰.微波与光电子学中的电磁理论 [M].北京:电子工业出版社,1994:551-556.
- [4] H Kogelnik, T Li. Laser Beams and Resonators [J]. Proc. IEEE, 1966, 54(10): 1312-1329.

高次模能量在  $z=0$  平面上的分布图  $l=1, p=1$ 图 10 高斯波束的高次模能量分布图  $l=1, p=1$ 图 11 高斯波束的基模能量分布等高线图  $l=0, p=0$ 

- [5] Clifford W Erickson. High order modes in a spherical Fabry-Perot resonator [J]. IEEE MTT, 1975, 23(2): 218-223.

### 作者简介:



郭高凤 女. 1975 年 10 月生于山西沁水, 2000 年毕业于电子科技大学微波中心, 获硕士学位. 现从事电磁场与微波技术、微波测量、超导电子学等方面的研究.



李恩 男. 1974 年 9 月生于四川安岳, 1997 年毕业于电子科技大学光电技术系物理电子技术专业. 现从事电磁场与微波技术、微波综合自动测试系统等方面的研究.

张其劭 男. 1934 年 1 月生于江苏无锡, 教授, 国家超导技术专家委员会委员, 现从事超导电子学、微波电子学、微波测量等方面的研究.

唐宗熙 男. 1956 年 6 月生于四川重庆, 教授, 信息产业部电子测量仪器专家组成员, 现从事电磁场与微波技术、微波测量、超导电子学等方面的研究.

羊恺 男. 1971 年 11 月生于四川雅安, 讲师, 2000 年毕业于电子科技大学微波中心, 获硕士学位. 现从事超导电子学、微波电子学、微波测量方面的研究.